Systèmes dynamiques p-adiques

Mémoire réalisé par
Martin Debaisieux

Résumé L'arithmétique dynamique est le fruit de la rencontre entre trois domaines mathématiques majeurs : la théorie des nombres, la géométrie algébrique et la théorie des systèmes dynamiques. C'est à partir des années 90 qu'une vague de papiers émerge dans ce domaine, initialement motivée par la dynamique complexe. Depuis, l'arithmétique dynamique est devenue un sujet florissant, au point de bénéficier de la création d'une nouvelle catégorie MSC (37Pxx) en 2010.

Modelée suivant les travaux de P. Fatou et G. Julia sur la sphère de Riemann, la première partie de ce mémoire traite le comportement des applications rationnelles définies sur un sous-corps de $\mathbb{C}_p$ contenant $\mathbb{Q}_p$. À partir de procédés p-adiques, on étudie le chaos issu de ces applications. On développe également de façon originale la théorie de Galois et la ramification des extensions de corps obtenues en adjoignant les points n-périodiques de tels systèmes dynamiques.

La seconde partie de ce mémoire sensibilise à un problème ouvert en dynamique non archimédienne, tirant son origine de l'article fondateur du même nom de J. Lubin de 1994. Sous l'hypothèse de stabilité, on étudie la commutation de séries formelles p-adiques admettant un point fixe en 0. Quand une série inversible pour la composition commute avec une série non inversible, la situation est telle qu'elle rappelle le cas des endomorphismes de groupes formels p-adiques. Lubin suggère alors que la commutation de séries formelles se rattache d'une manière ou d'une autre à un groupe formel.

Mots-clés systèmes dynamiques, corps p-adiques, groupes formels.

– Année académique 2022-2023 –